

## 残響過程における散乱反射成分定量化の試み\*

尾本章 (九大芸工/JST CREST)

## 1 はじめに

音響空間を構成する材料に関して、その吸音性能のみではなく、鏡面反射や散乱反射の割合を定量的に把握する手法に関する検討が積極的に行われ、また規格化も進められている [1-7]。

鏡面反射以外の反射の様子を記述するために、現在では Diffusion Coefficient および Scattering Coefficient が一般的に用いられている [8]。以下本稿では主として Scattering Coefficient を用いるが、日本語の表記としては羽入 [1, 2] に倣い、散乱係数と表記する。

本稿では、残響過程を ① 鏡面反射を続けながら減衰して行く成分、② 散乱を続けながら減衰する成分と共に、③ 鏡面と散乱を行き来しながら減衰する成分に分離して定式化し、散乱係数の大小による各成分の変化について、幾つかの考察を試みたものである。

## 2 鏡面反射成分と散乱反射成分の減衰

## 2.1 羽入による拡散理論

羽入は、室内音場のエネルギー減衰に関して、鏡面反射を繰り返しながら減衰して行く成分と散乱反射を繰り返しながら減衰して行く成分を分離して表現した [1-3]。基本的な物理量の関係を Fig. 1 に示す。具体的には、全境界面の散乱係数をまとめた平均散乱係数  $\bar{\beta}$ 、これと対照的な平均鏡面反射率  $\bar{\mu}$  などを導入して、散乱しながら減衰していくエネルギー成分  $P_d$  を時刻  $t$  の関数として以下の式で表している。

$$P_d(t) = \exp\left(\frac{\ln(1-\bar{\alpha})}{d}ct\right) - \exp\left(\frac{\ln\bar{\mu}}{d}ct\right) \quad (1)$$

ここで  $c$  は音速、 $d$  は平均自由行程、 $\bar{\alpha}$  は平均吸音率である。全体としては右辺第 1 項の吸音による減衰によって支配され、散乱反射成分の減衰は鏡面反射成分以外という形式で定義されている。

## 2.2 減衰過程の更なる分解

以後、鏡面反射成分と散乱反射成分の減衰について検討する。基本的には、あるエネルギーを持った音の粒子が空間を伝搬し、境界面に衝突するたびに吸音や散乱といったイベントが生じるモデルを考える。Eyring に代表される残響過程の定式化と同様の手法である [9]。Eq. (1) において、「差」によって表され

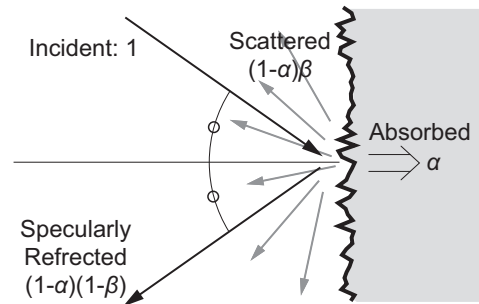


Fig. 1 Incident energy is divided into absorbed, specularly reflected and scattered energies.

ている散乱成分の減衰を、幾つかの減衰モデルに分解して表すことを試みる。

まず初期値は任意のものとしておき、鏡面反射を繰り返す音粒子のエネルギー減衰過程  $J_1$  は、以下のように与えられよう。

$$\begin{aligned} J_1(t) &= (1-\bar{\alpha})^{ct/d} \cdot (1-\bar{\beta})^{ct/d} \\ &= \exp\left(\frac{\ln(1-\bar{\alpha})}{d}ct\right) \exp\left(\frac{\ln(1-\bar{\beta})}{d}ct\right) \\ &= \exp\left(\frac{\ln(1-\bar{\alpha})(1-\bar{\beta})}{d}ct\right) \quad (2) \end{aligned}$$

衝突において吸音を免れた  $(1-\bar{\alpha})$  の割合の粒子のうち、 $(1-\bar{\beta})$  だけが鏡面反射を続けていくというモデルである。時間  $t$  までに衝突する平均的な回数は、 $c$  を音速として  $ct/d$  で与えられると考える。なお、 $(1-\bar{\alpha})(1-\bar{\beta}) = \bar{\mu}$  が成立すれば、これは Eq. (1) の第 2 項と同じである。

この形式で表される衝突において、鏡面反射から散乱反射へ移行する可能性のある成分を以下で表す。

$$\begin{aligned} J_2(t) &= (1-\bar{\alpha})^{ct/d} \cdot \left[1 - (1-\bar{\beta})^{ct/d}\right] \\ &= \exp\left(\frac{\ln(1-\bar{\alpha})}{d}ct\right) \left[1 - \exp\left(\frac{\ln(1-\bar{\beta})}{d}ct\right)\right] \quad (3) \end{aligned}$$

これは、時刻  $t$  までの衝突において、一貫して鏡面反射のみで進んでいくことが出来ず、いずれかの段階で散乱反射へと移った成分である。その後、鏡面反射に戻るかもしれないし、散乱反射を続けるかもしれない。ここでは鏡面反射を続けることが出来なかった成分という定義のみが与えられる。

\* Abstraction of Scattering Components from the Reverberation Process. by OMOTO, Akira (Faculty of Design, Kyushu Univ. / JST CREST)

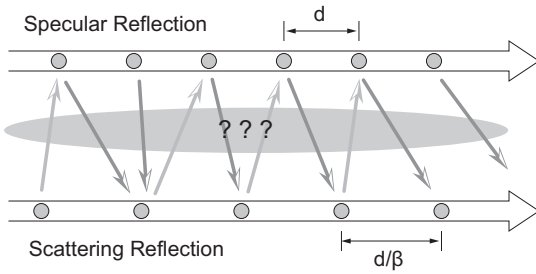


Fig. 2 Specular and scattering reflections occurring at every  $d$  and  $d/\bar{\beta}$  propagation, respectively.

続いて、散乱反射を繰り返して行く音粒子の様子を定式化する。これを、以下の形式で表されるものとする。

$$J_3(t) = (1 - \bar{\alpha})^{ct/d} \cdot \bar{\beta}^{ct\bar{\beta}/d} \\ = \exp\left(\frac{\ln(1 - \bar{\alpha})}{d} ct\right) \exp\left(\frac{\bar{\beta} \ln \bar{\beta}}{d} ct\right) \quad (4)$$

時刻  $t$  までに散乱反射は  $ct\bar{\beta}/d$  という回数生じると考えても良いし、あるいは衝突は必ず  $ct/d$  回生じますが、その中で  $\bar{\beta}$  という確率で散乱が生じると考えても良い。

最後に、上記の過程で、散乱を続けられなかった音粒子を、以下のように表す。

$$J_4(t) = (1 - \bar{\alpha})^{ct/d} \cdot (1 - \bar{\beta})^{ct\bar{\beta}/d} \\ = \exp\left(\frac{\ln(1 - \bar{\alpha})}{d} ct\right) \left[1 - \exp\left(\frac{\bar{\beta} \ln \bar{\beta}}{d} ct\right)\right] \quad (5)$$

$J_2(t)$  と同様に、これは散乱反射のみで進んで来られなかった成分であり、いくらかの散乱反射の後に、鏡面反射を行う成分に対応する。

一度散乱すると、鏡面反射せずにそのまま散乱を繰り返して減衰して行くモデル [1-4] が多いが、 $J_2$  と  $J_4$  の和を求めると、鏡面反射のみ、あるいは散乱反射のみではなく、相互を行き来しながら減衰して行く成分を表すことが出来ると考えられる。

なお、 $J_2(t)$ 、 $J_4(t)$  のいずれも  $\bar{\beta}$  に関わる項を 1 から引く形式で考慮しているが、それぞれを明示的に定式化することは難しい。Fig. 2 に示すように、それぞれ  $d$  および  $d/\bar{\beta}$  といった距離伝搬するたびに鏡面反射と散乱反射が生じており、それぞれ異なる反射を行ったエネルギーを、どのタイミングで他方へ移行すれば良いか一意に決められないからである。

なお、各成分に関して初期強さを設定する必要がある。ここでは、鏡面反射をベースにして減衰を考えている  $J_1(t)$ 、 $J_2(t)$  に関しては、初期値として  $J_0(1 - \bar{\beta})$  を与え、 $J_3(t)$ 、 $J_4(t)$  に関しては  $J_0\bar{\beta}$  を与えることとする。つまり  $\bar{\beta} = 0, 1$  の場合にはそれぞれ  $J_1(t)$ 、 $J_3(t)$  のみが有効になるモデルである。

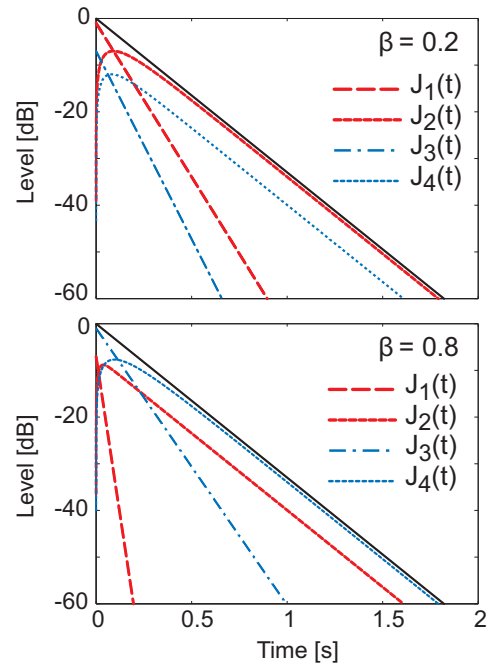


Fig. 3 Energy decay curves for various scattering coefficient  $\bar{\beta}$ , in which  $\bar{\alpha} = 0.2$ ,  $d = 10\text{m}$  were assumed.

### 2.3 計算例

$\bar{\alpha} = 0.2$ 、 $\bar{\beta} = 0.2$  および  $0.8$  を仮定した計算例を Fig. 3 に示す。なお、平均自由行程  $d = 10\text{ m}$  を仮定しており、Eyring の公式による残響時間は  $1.82$  秒である。いずれの場合にも、全体の減衰は吸音によって決まるために、図中の実線で表される  $J_1 + J_2 + J_3 + J_4$  は同一の減衰で同じ残響時間を示すが、それぞれの様子は異なることになる。

### 3 おわりに

壁面において鏡面反射と散乱反射が混在する場合の音波の減衰過程について、定式化を試みた。ここでは 4 種類の減衰過程を仮定したモデルを提案したが、このままでは各減衰を容易に観測できない。これらのモデルが可観測となる現象の明確化などについて、引き続き検討を進めている。

### 参考文献

- [1] 羽入敏樹, 他, 建築音響研究会資料 AA2007-19, 2007.
- [2] 羽入敏樹, 日本音響学会誌, **65** (11), 579-583, 2009.
- [3] T. Hanyu, JASA, **128** (3), 1140-1148, 2010.
- [4] 佐久間哲哉, 音講論集, 2-12-7, 1287-1290, 2011, 3.
- [5] 安田洋介, 他, 音講論集, 2-12-8, 1291-1292, 2011, 3.
- [6] 土屋裕造, 他, 音講論集, 2-12-9, 1293-1294, 2011, 3.
- [7] ISO 17497-1:2004.
- [8] 佐久間哲哉, 日本音響学会誌, **65** (11), 569-573, 2009.
- [9] L. Cremer, *Principles and Applications of Room Acoustics*, Chap. II.2, 1982.